Prof. Dr. Alfred Toth

Nachbarn und Umgebungen von Peanozahlen

1. Bekanntlich lauten die 5 Peano-Axiome

1. $0 \in \mathbb{N}$
2. $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n' \in \mathbb{N}$
3. $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n' \neq 0$
4. $m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow (m' = n' \Rightarrow m = n)$
5. $0 \in X \wedge \forall n \in \mathbb{N}: (n \in X \Rightarrow n' \in X) \Rightarrow \mathbb{N} \subseteq X$.

2. In der Ontik wird ferner zwischen Nachbarschaftsrelation

$x \in N(x)$

und Umgebungsrelation

$x \notin U(x)$

unterschieden (vgl. Toth 2014). Das bedeutet also daß für Peano-Zahlen u.a. gilt

$N(1) = \{1, 2\}$ $\quad$ $N(2) = \{1, 2, 3\}$ $\quad$ $N(3) = \{1, 2, 3, 4\}$

$U(1) = \mathbb{N} \setminus 1$ $\quad$ $U(2) = \mathbb{N} \setminus 2$ $\quad$ $U(3) = \mathbb{N} \setminus 3$,

d.h. während für jede Peanozahl n die Umgebungsrelation

$U(n) = \mathbb{N} \setminus n$

gilt, gilt die Nachbarschaftsrelation

$N(n) = \mathbb{N}$.

3. Da Bense die von ihm früher auch als "Zeichenzahlen" bezeichneten Primzeichen (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) mittels der Peano-Axiome eingeführt hatte (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.; vgl. auch Bense 1983, S. 192 ff.), gilt also für

$P = \{1, 2, 3\}$

$N(1) = \{1, 2\}$ $\quad$ $N(2) = N(3) = \{1, 2, 3\}$

$U(1) = \{2, 3\}$ $U(2) = \{1, 3\}$ $U(3) = \{1, 2\}$.

Man bemerkt also, daß man durch die Operatoren N und U sämtliche Teilmengen der Potenzmenge von P – mit Ausnahme der leeren Menge Ø – erhält, die deswegen weder Nachbar noch Umgebung einer Zeichenzahl ist, da die Peano-Zahlen, wenigstens in der Fassung der obigen Axiome, mit der 1 und nicht mit der 0 beginnen.

Für die semiotischen Subrelationen gilt somit

$N(1.1) = \{1.1, 1.2\}$

$U(1.1) = \{1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3\}$

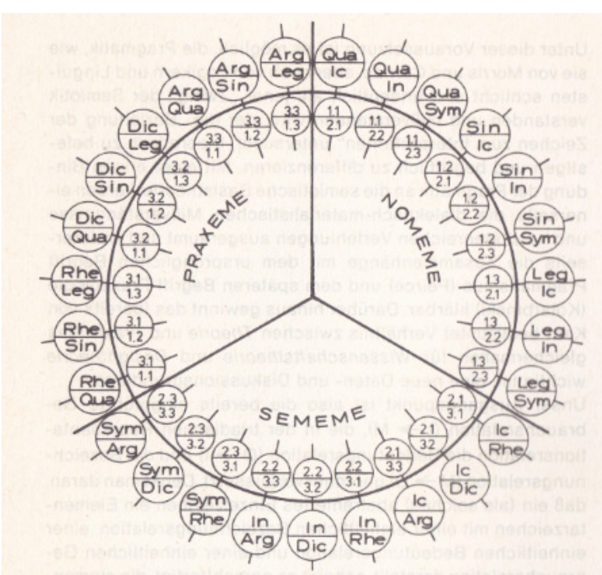
$N(1.2) = N(1.3) = \{1.1, 1.2, 1.3\}$

$U(1.2) = \{1.1, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3\}$

$N(1.3) = N(1.2) = \{1.1, 1.2, 1.3\}$

$U(1.3) = \{1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3\}$, usw.

Für die aus Paaren von Subrelationen konkatenierten triadischen Zeichenrelationen (sowie ihre dualen Realitätsthematiken) ergibt sich somit ein Konflikt, der allerdings bereits für Paare von Dyaden auftritt, wie z.B. denen aus Benses " Zeichenkreis" (Bense 1975, S. 112),



Vollständiger triadisch-trichotomischer Zeichenkreis denn z.B. läßt das Dyadenpaar (2.2, 2.3) folgende Interpretationen zu

N(2.2, 2.3) = {(2.1, 2.2), (2.2, 2.1), (2.2, 2.2), (2.1, 2.3), (2.3, 2.1), (2.2, 2.3)},

d.h. wenn also $Z = (M \rightarrow O) \circ (O \rightarrow I)$

gesetzt wird, entsteht für die Konkatenationen eine sehr große Anzahl von Nachbarschafts- und eine noch größere Anzahl von Umgebungsrelationen, für deren Relevanz und für deren Untergliederung keinerlei innersemiotischen Kriterien zur Verfügung stehen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Semiotische Nachbarschafts- und Umgebungsrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semotics, 2014

5.11.2014